

BIFURKASI *HOPF* PADA SISTEM PREDATOR PREY DENGAN FUNGSI RESPON TIPE II

SKRIPSI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan guna Memperoleh Gelar
Sarjana Sains



Oleh:
Mas Roat
NIM 08305144019

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2012**

PERSETUJUAN

Skripsi yang berjudul:

BIFURKASI HOPF PADA SISTEM PREDATOR-PREY DENGAN FUNGSI RESPON TIPE II

Disusun oleh:

Mas Roat

08305144019

Telah disetujui dan disahkan oleh dosen pembimbing untuk dihadapkan kepada dewan
penguji Tugas Akhir Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas

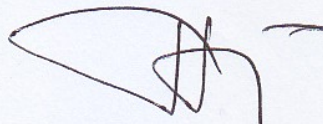
Negeri Yogyakarta

Disetujui pada tanggal

10 September 2012

Mengetahui:

Dosen Pembimbing



Kus Prihantoso K, M.Si.
NIP. 197904062005011005

SURAT PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi ini benar-benar karya saya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang telah lazim.

Tanda tangan dosen penguji yang tertera dalam halaman pengesahan adalah asli. Jika tidak asli, saya siap menerima sanksi ditunda yudisium pada periode berikutnya.

Yogyakarta, September 2012

Yang Menyatakan,



Mas Roat

NIM. 08305144019

PENGESAHAN

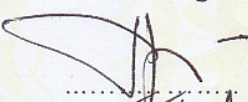

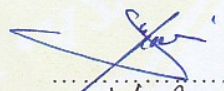
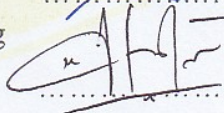
SKRIPSI DENGAN JUDUL: “BIFURASI HOPF PADA SISTEM PREDATOR-PREY DENGAN FUNGSI RESPON TIPE II”

Yang Disusun Oleh:

Nama : Mas Roat
NIM : 08305144019
Prodi : Matematika

Skripsi ini telah diuji di depan Dewan Penguji Skripsi pada tanggal 18 September 2012 dan dinyatakan lulus.

Dewan Penguji

Nama	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
Kus Prihantoso K, M.Si 197904062005011005	Ketua Penguji		26-09-2012
Atmini Dhoruri, M.S. 196007101986012001	Sekretaris Penguji		24-09-2012
Dr. Sugiman 196502281991011001	Penguji Utama		9-10-2012
Kuswari H, M.Kom 197604142005012002	Penguji Pendamping		21-09-2012

Yogyakarta, September 2012
Fakultas Matematika dan Ilmu
Pengetahuan Alam
Dekan



NIP. 196203291987021002

MOTTO

- *Jadilah manusia yang paling banyak berguna bagi manusia lain*
- *Jika mau sukses jaga sholat lima waktu dan perbanyak sedekah.*

PERSEMBAHAN

*Segala puji syukur untuk Dia,
Yang berada di Maha segalanya
Allah SWT
untuk mereka, milikku yang terindah..
Ibu Supinah, Bapak Ilyas
Untuk seluruh doa yang tak henti-hentinya, kasih sayang, kerja keras, kesabaran dan
ketabahannya.
Betapa semangatku selalu berkobar tiap mengingat kalian
Najib,Amel,Agung,Ayu,Trendi
Untuk kebersamaan, dalam berjuang bersama
Adit,Yunian,Riyanto,Dzaki,dan semua sahabatku
Yang menjadi teman canda tawa dan belajar bersama
Salam sayang untuk kalian, untuk segalanya..
Sungguh, aku beruntung memiliki kalian..*

BIFURKASI HOPF PADA SISTEM PREDATOR-PREY DENGAN FUNGSI RESPON TIPE II

Oleh:

Mas Roat

08305144019

ABSTRAK

Pada skripsi ini dikaji mengenai sistem predator-prey dengan fungsi respon tak linier tipe II. Fungsi respon ini muncul sebagai akibat adanya asumsi bahwa predator memerlukan waktu untuk memproses makanannya. Pengaruh dari perubahan nilai parameter μ (laju kematian predator) pada model mengakibatkan munculnya perubahan sifat dinamik sistem di sekitar titik ekuilibrium. Sistem awal yang berbentuk non-linear diubah ke dalam bentuk linear dengan melakukan linearisasi. Analisis awal menunjukkan bahwa ada dua titik ekuilibrium yaitu

$(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = \left(\frac{\mu}{2(1-\mu)}, \frac{2-3\mu}{4(1-\mu)^2} \right)$ dan $(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = (1, 0)$. Berdasarkan analisa titik

ekuilibrium $(\bar{x}_2, \bar{y}_2) = (1, 0)$ adalah titik *saddle*, sedangkan untuk titik ekuilibrium

$(\bar{x}_1, \bar{y}_1) = \left(\frac{\mu}{2(1-\mu)}, \frac{2-3\mu}{4(1-\mu)^2} \right)$, ketika nilai $\mu = \frac{1}{3}$, dimungkinkan terjadi

bifurkasi *hopf*. Ketika nilai $\mu \leq \frac{1}{3}$ titik ekuilibrium sistem cenderung stabil,

namun untuk nilai $\mu > \frac{1}{3}$ sistem memiliki titik ekuilibrium yang tidak stabil dan

mulai terbentuk *limit cycle* di sekitar titik ekuilibrium. Untuk memastikan jenis bifurkasi yang terjadi maka dilakukan normalisasi untuk mengetahui bentuk normal dari sistem tersebut. Berdasarkan bentuk normal tersebut diketahui bahwa perubahan keadaan dinamik sistem terjadi karena adanya bifurkasi *hopf*. Interpretasi pada sistem predator-prey adalah ketika tingkat kematian alami

predator lebih dari $\frac{1}{3}$ jumlah populasinya maka sistem mulai tidak stabil karena

jumlah predator yang tidak seimbang, sebaliknya ketika tingkat kematian alami predator kurang dari atau sama dengan $\frac{1}{3}$ sistem cenderung stabil karena predator

mampu mengontrol jumlah prey.

Kata kunci: Sistem predator-prey, fungsi respon tipe II, bifurkasi *hopf*.

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT, Tuhan semesta alam, atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat serta salam semoga selalu terlimpah kepada Nabi Muhammad SAW, para keluarga dan sahabatnya.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, baik itu secara langsung maupun tidak langsung. Berbagai dukungan, kritik, saran, semangat, dan motivasi, penulis dapatkan demi terselesaikannya skripsi ini. Untuk itu, dengan sepuh hati penulis ingin menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak Dr. Hartono, selaku Dekan FMIPA UNY, yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menyelesaikan studi.
2. Bapak Dr. Sugiman, selaku Ketua Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, yang telah memberikan kemudahan dalam pengurusan akademik.
3. Dr. Agus Maman A, selaku Ketua Program Studi Matematika Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY dan Pembimbing Akademik, yang telah memberikan motivasi, saran, kritik serta memberikan kelancaran pelayanan dalam urusan akademik.
4. Bapak Kus Prihantoso K, M.Si, selaku Dosen Pembimbing yang dengan penuh kesabaran telah memberikan arahan dan bimbingan kepada penulis.
5. Bapak Dr. Sugiman, selaku Dosen Penguji Utama yang telah memberikan berbagai masukan yang membangun.

6. Ibu Kuswari H, M.Kom, selaku Dosen Penguji Pendamping yang telah memberikan berbagai masukan yang membangun.
7. Ibu Atmini Dhoruri, M.S, selaku Dosen Sekretaris Penguji yang telah memberikan berbagai masukan yang membangun.
8. Ibu Dr. Dhoriva UW, selaku Pembimbing Akademik semester 1 s.d 8 yang telah memberikan dukungan, saran dan kritik yang memotivasi penulis untuk menjadi lebih baik dalam menjalani proses perkuliahan.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis harap ketidaksempurnaan skripsi ini mampu menjadi perhatian untuk penyusunan skripsi selanjutnya sehingga skripsi dapat tersusun dengan lebih baik. Semoga skripsi ini bermanfaat.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN.....	ii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iii
HALAMAN PENGESAHAN.....	iv
HALAMAN MOTTO.....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	vi
ABSTRAK.....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR SIMBOL.....	xiv

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Rumusan Masalah.....	4
C. Tujuan Penelitian.....	4
D. Batasan Masalah.....	5
E. Manfaat Penulisan.....	5

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Sistem Dinamik.....	7
1. Orbit.....	8
2. Titik Ekuilibrium.....	8
3. Solusi Periodik.....	9
4. Limit Cycle.....	9
5. Potret Fase.....	10
B. Nilai Eigen dan Vektor eigen.....	10
C. Diagonalisasi.....	12
D. Deret Taylor.....	16

E. Sistem Linear.....	18
F. Kestabilan Sistem Linear.....	23
G. Sistem Non Linear.....	26
H. Bifurkasi.....	28
I. Normalisasi.....	32

BAB III PEMBAHASAN

A. Model Lokta-Volterra.....	35
B. Fungsi Respon.....	37
C. Model Predator-Prey dengan Fungsi Respon Tipe II.....	38
D. Titik Ekuilibrium.....	40
E. Pelinearan Sistem.....	43
F. Kestabilan Sistem Predator-Prey dengan Fungsi Respon Tipe II.....	45
G. Simulasi Kestabilan di Sekitar Titik Ekuilibrium.....	50
H. Transformasi Sistem.....	53
1. Transformasi Titik Ekuilibrium.....	53
2. Pengelompokan Bagian Linear dan Tidak Linear.....	55
3. Mengubah Matriks.....	58
4. Mengubah ke Koordinat Kompleks.....	59
5. Menghilangkan Bentuk Orde kedua.....	63
6. Transformasi Sistem ke Bentuk Polar.....	74
7. Potret Fase di Sekitar Titik Ekuilibrium.....	78
I. Interpretasi Hasil.....	80

BAB IV PENUTUP

A. Kesimpulan.....	83
B. Saran.....	84

DAFTAR PUSTAKA.....

Lampiran 1.....	86
Lampiran 2.....	88
Lampiran 3.....	90

Lampiran 4.....	92
-----------------	----

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1. Titik Ekuilibrium Stabil	25
Gambar 2.2. Titik Ekuilibrium Stabil Asimtotik	25
Gambar 2.3. Bifurkasi Hopf Sistem (2.20)	32
Gambar 2.4. Bifurkasi Hopf.....	33
Gambar 3.1. Potret fase dari sistem (3.11) saat $\mu = 0,2$	54
Gambar 3.2. Potret fase dari sistem (3.11) saat $\mu = 0,35$	55
Gambar 3.3. Potret fase dari sistem (3.11) saat $\mu = \frac{1}{3}$	56
Gambar 3.4. Potret fase saat $\alpha = -\frac{1}{5}$	82
Gambar 3.5. Potret fase saat $\alpha = \frac{1}{5}$	83

DAFTAR SIMBOL

E : Himpunan E .

ϕ : Pemetaan.

\in : Anggota dari.

C^1 : Fungsi yang turunan pertamanya kontinu.

\mathbb{R} : Himpunan bilangan real.

$\phi_t(x)$: Orbit atau kurva solusi atau trayektori pada waktu t dengan nilai awal (x) .

\circ : Operasi Biner.

\forall : Untuk setiap.

\dot{x} : Turunan x .

$\frac{dx(t)}{dt}$: Turunan fungsi $x(t)$ terhadap t

\bar{x} : Titik ekuilibrium.

\mathbb{C} : Himpunan bilangan kompleks.

λ : Nilai eigen.

I : Matriks identitas.

\det : *Determinan*.

$n!$: n faktorial $(nx(n-1)x(n-2).....2x1)$.

$\sum_{k=0}^{\infty}$: Jumlahan suatu bilangan yang bergantung k dari $k=0$ sampai $k=\infty$.

$f^{(n)}(a_0)$: Turunan ke- n fungsi $f(a)$ di a_0 .

$|x|$: Nilai mutlak untuk x .

$\text{diag}\left[e^{\lambda_j t}\right]$: Matriks dengan entri pada diagonal utama adalah $e^{\lambda_j t}$.

N : Matriks *nilpoten*.

$\|x_0 - \bar{x}\|$: Jarak x_0 ke \bar{x} .

$\text{Re } \lambda_j$: Bagian real nilai eigen λ_j .

$\frac{\partial f_n(\bar{x})}{x_n}$: Turunan f_n terhadap x_n di titik \bar{x} .

$Df(\bar{x})$: Matriks Jacobian di titik ekuilibrium \bar{x} .

$\varphi(x)$: Bagian nonlinier sistem (2.11).

T_0 : Periode *cycle*.

r : Jari-jari *cycle*.

μ : Parameter bifurkasi (tingkat kematian alami predator).

z : Bilangan kompleks $x + iy$.

\bar{z} : Bilangan kompleks $x - iy$.

$x(t)$: Jumlah prey pada waktu t .

$y(t)$: Jumlah predator pada waktu t .

$\frac{dx(t)}{dt}$: Perubahan jumlah prey pada waktu t .

$\frac{dy(t)}{dt}$: Perubahan jumlah predator pada waktu t .

B : Matriks diagonal.

A : Matriks berukuran $n \times n$.

a : konstanta.

α : tingkat kelahiran prey per satuan waktu.

β : tingkat predasi dari predator terhadap prey.

$p(x)$: fungsi respon.